

TO DEVOUR TWO BROKEN CITIES
TO CHEW UNTIL THE REMAINS
LOOK FAMILIAR

— NÖR UNNÄR

THE
WARMTH OF HOME
AND EVERYTHING ELSE THEY LEFT BEHIND
FOR SOME, THE ROAD'S A
REAL
BOOGE
FOR SOME, A HOME THEY WOULD NEVER
FIND
— MOORE KENNEDY

— NO. 1. UNRECORDED.

ARE

MADE

STARS

[THE YEAR OF FATHERS]

A HOUSE PROTECTED BY FATHERS & NOT
 IN THEIR ABSENCES
 WOULD KNOW WHAT NOT TO CALL ME
 WHERE WE US A DAUGHTER A
 INKONG TITLE A
NOON A BODY A LIGHT
 THE PROBLEM WITH HISTORY WAS THAT I
 NEVER LIVED IF

WELCOME TO THE YEAR
OF FATHERS

THE THING ABOUT HISTORY IS [REDACTED] ITS
FAMILY NAME IS PAST
THE THING ABOUT PAST IS ITS FAMILY
NAME IS KARMA
THE THING ABOUT KARMA IS ITS FAMILY
NAME IS IT-RETURNS

— NOOR UNNAHAR

THINK YOU ARE
THE SWEETEST
THING

A SON
BANKING REASON FOR HIS
SUGAR SODAS AND THE
DID THE SAME OLD THING
EQUALLY TO THE
FORGOT I AM A NAME TO GET ON FIRE
I COULD - A SON OF A BORN LITERAL PREYDAYS
HIDE AND HIDE THE STEPS AHEAD OF ME
SOMEHOW WANDERED THAN THE REST OF US, MARK
JUNE 1 THE EVERY OF OUR SHOWN
KNEELING DOWN BEFORE GOING TO THE
LIFE MOST OF OUR PARTIALS WHO
MERRILY LEAVE WITH GOD IN THEIR

HCCP, UNHCP and

1. I am forgetting to

LISTEN,
 TO FOREST IS TO
 HAD UNKNOWING
 "YOU ARE NOT
 A TREE" HEAR HERE
 LISTEN
 GATHERING THIS BEE
 OF WATER - COME
 DIRECTIONS, SHUN
 ITS DREAM - O
 SURPRISE NOW IT IS
 SMOOTHER THAN THE REST OF
 MICHIGAN.
 WE ARE WITH THE MOON ON A
 SHEET, TO DREAM OF SNOW
 UNDER THE TIGER SKIN. BE
 SALE INTO LYONS KNOWS
 THE BRILLIANT OF YOUR WALL
 OF YOUR DEAD PLANTS AND OF
 AND BROTHERING DREAMS SEE
 YOU WERE NAMED AFTER.

[FROM DEBRA'S DISAPPOINTING
SPEECH]

YOU SEE, WE WAITED FOR A GRANT TO
ACQUIRE A BODY. IT ONLY ACQUIRED
HAD THIS INSTEAD. MY NAME MEANT
LIGHT AND YESTERDAY ■ EARLY-MORNING-
SOUNDING GOT TANGLED IN MY ANGRY
CIGARS. SO WAS LIGHT MEETING THE
TANGLED BODY CALLED LEANT DE ARE
WE MAKING THINGS UP HERE? CIGARRA
ALLEGORIC. SCREAM THOUGHT JUST A NO
SUGAR. SCREAMING WE'VE NEVER BE YOUR
PROVER. SCREAM CONVICTION. SCREAM
SQUARED PLOTAGE. SHE SAID YOU WERE
NOT WENT TO LIVE OR WRIT BUT HERE
WE ARE. IN A PARALLEL UNIVERSE, I AM
A SEASON WITH PLINY OF DANCING WITH
BUT HERE I CANNOT GET PAST BEING A
LOVELY WINTER. WHAT AM I DESIR? GLASS
■ HEAT BECAME THE ANSWER?

Geometri

A. TITIK, GARIS, BIDANG PADA RUANG

Geometri adalah ilmu matematika yang mempelajari bentuk, ukuran, posisi relatif dan sifat ruang.

Elemen-elemen pada geometri adalah titik, garis dan bidang.

Titik tidak memiliki definisi. Titik diberi nama dengan huruf kapital.

Aksioma/postulat hubungan titik, garis dan bidang:

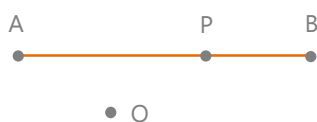
- 1) **Garis** hanya dapat dibentuk dari dua titik berbeda.

Garis diberi nama dengan huruf kecil atau menyebut dua titik yang dilewati garis.

- 2) **Bidang** adalah sebuah luasan (bidang datar), dan hanya dapat dibentuk dari:
 - a. Tiga titik berbeda
 - b. Satu titik dan satu garis
 - c. Dua garis yang berpotongan atau sejajar
 Bidang diberi nama dengan huruf kecil atau menyebut minimal tiga titik yang terdapat pada bidang.

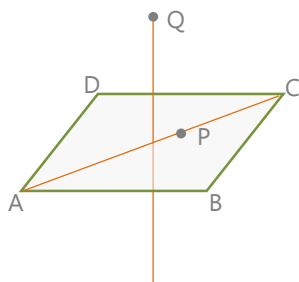
B. KEDUDUKAN TITIK, GARIS & BIDANG

Kedudukan titik terhadap garis:



- 1) **Titik berada di/pada garis** (P)
Titik berada pada garis karena garis itu melalui titik.
- 2) **Titik berada di luar garis** (Q)
Titik berada di luar garis karena garis itu tidak melalui titik.

Kedudukan titik terhadap bidang:



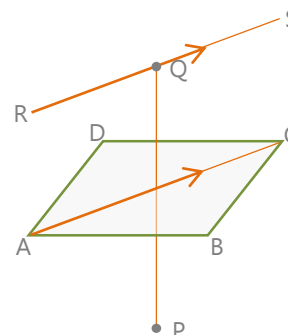
- 1) **Titik berada di/pada bidang** (P)
Titik berada pada bidang karena:
 - a. Bidang melalui titik.
 - b. Titik berada pada garis yang terletak pada bidang itu.

- 2) **Titik berada di luar bidang**

Titik berada di luar bidang karena:

- a. Bidang tidak melalui titik.
- b. Titik tidak berada pada garis yang berada pada bidang itu.

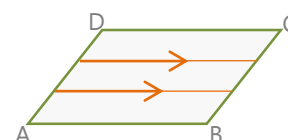
Kedudukan garis terhadap bidang:



- 1) **Garis berada di/pada bidang** (AB, AC, dll.)
Garis berada pada bidang karena ada dua titik yang dilalui garis pada bidang itu.
- 2) **Garis menembus/memotong bidang** (PQ)
Garis menembus/memotong bidang karena ada satu titik yang dilalui garis pada bidang itu (**titik tembus**).
- 3) **Garis sejajar dengan bidang** (RS)
Garis sejajar dengan bidang karena garis itu sejajar dengan salah satu garis pada bidang itu.

Hubungan antar garis:

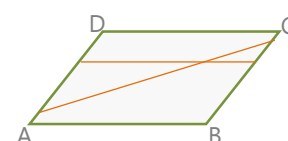
- 1) **Garis sejajar**



Dua garis sejajar apabila:

- a. Tidak terbentuk titik perpotongan garis dan terletak pada bidang yang sama.
- b. Hanya dapat dibuat satu buah bidang dari garis tersebut.

- 2) **Garis berpotongan**

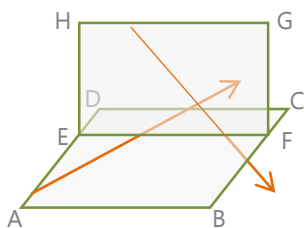


Dua garis berpotongan apabila:

- a. Terbentuk suatu titik perpotongan (juga sudut perpotongan) dan terletak pada bidang yang sama.

- b. Hanya dapat dibuat satu buah bidang dari garis tersebut.

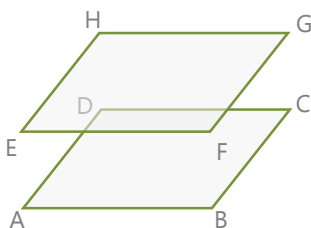
3) Garis bersilangan



Dua garis bersilangan apabila tidak terbentuk titik perpotongan garis dan tidak terletak pada bidang yang sama.

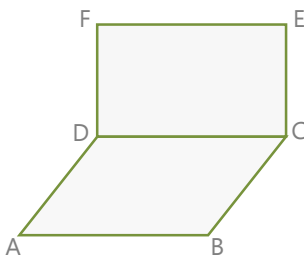
Hubungan antar bidang:

1) Bidang sejajar



Dua bidang sejajar apabila tidak ada satupun garis perpotongan bidang dari kedua bidang.

2) Bidang berpotongan



Dua bidang berpotongan apabila terdapat garis **perpotongan bidang**, yaitu garis persekutuan yang merupakan bagian dari kedua bidang.

Aksioma/postulat pada kedudukan titik, garis dan bidang:

- 1) Apabila dua buah bidang berpotongan tegak lurus, maka seluruh garis dari bidang 1 terhadap bidang 2 juga tegak lurus.
- 2) Hasil perpotongan dua bidang adalah garis, sedangkan hasil perpotongan tiga bidang dapat berupa garis atau titik.

C. PENGAMBARAN RUANG

Perspektif dalam penggambaran ruang:

- 1) **Bidang gambar** adalah tempat untuk menggambar.
- 2) **Bidang frontal** adalah bidang yang sejajar dengan bidang gambar dan digambar dengan ukuran sesungguhnya.

Garis yang terletak pada bidang frontal disebut **garis frontal**.

- 3) **Bidang ortogonal** adalah bidang yang tegak lurus terhadap bidang frontal.

Garis pada bidang ortogonal yang sebenarnya tegak lurus bidang frontal disebut **garis ortogonal**.

- 4) **Sudut surut**/menyisi adalah sudut yang terbentuk pada bidang gambar dari garis frontal horizontal ke kanan dengan garis ortogonal ke belakang.
- 5) **Perbandingan ortogonal**/proyeksi adalah perbandingan antara garis ortogonal terlukis dengan garis ortogonal sesungguhnya.

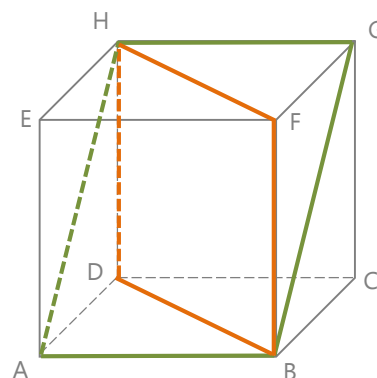
D. PERPOTONGAN DUA BIDANG

Perpotongan dua bidang adalah berupa garis perpotongan bidang, yaitu garis persekutuan yang merupakan bagian dari kedua bidang.

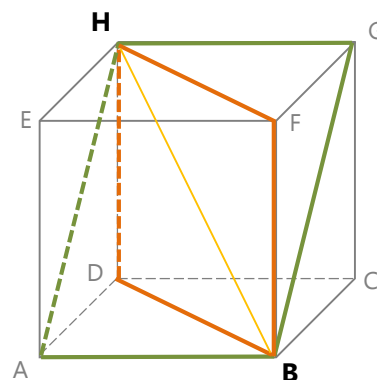
Cara menentukan perpotongan bidang:

- 1) Tentukan dua titik perpotongan dari dua pasang garis yang berasal dari kedua bidang.
- 2) Buat garis dari kedua titik dengan menghubungkan keduanya. Garis itu adalah garis perpotongan bidang.

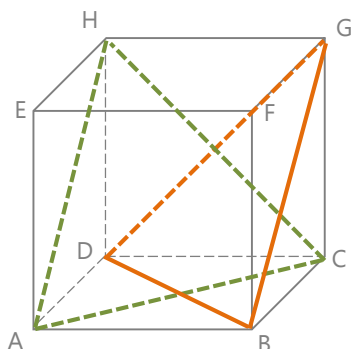
Contoh 1: Perpotongan ABGH dengan BDHF



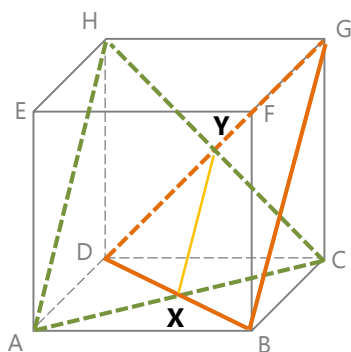
Perpotongan kedua bidang ada pada titik H dan titik B, sehingga perpotongan bidanganya adalah garis HB.



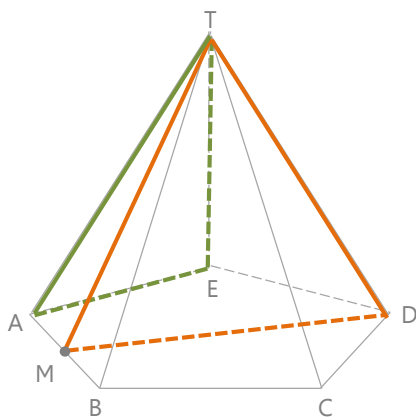
Contoh 2: Perpotongan BDG dan ACH



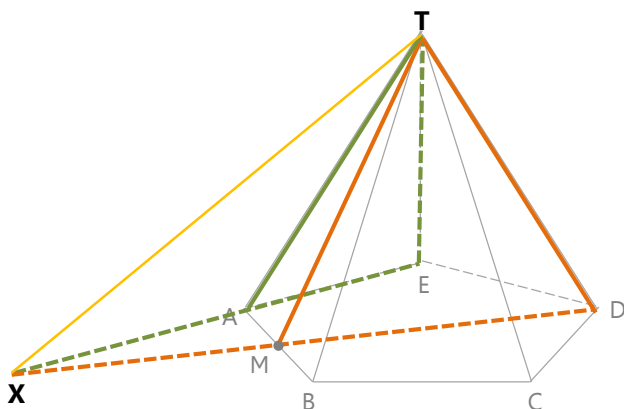
Perpotongan kedua bidang ada pada titik X (pusat ABCD) dan titik Y (pusat DCGH), sehingga perpotongan bidangnya adalah garis XY.



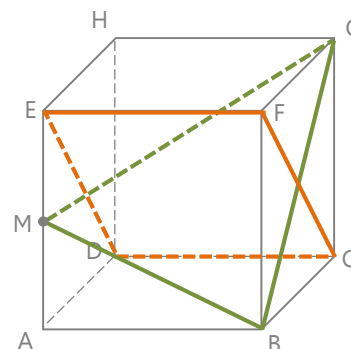
Contoh 3: Perpotongan TAE dengan TMD



Perpotongan kedua bidang dicari dengan memperpanjang garis AE dan MD hingga berpotongan di titik X. Perpotongan bidang adalah garis TX.

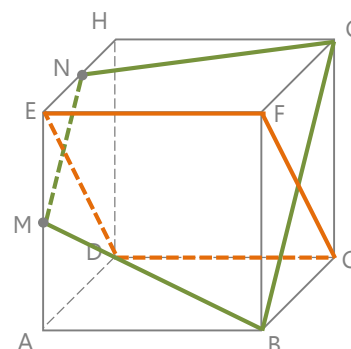


Contoh 4: Perpotongan DCFE dengan BGM

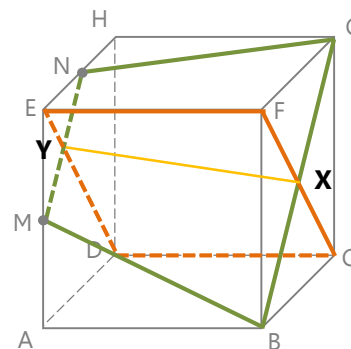


Bidang BGM belum memenuhi sisi terluar kubus, sehingga GM harus diperluas menjadi BGNM.

Caranya adalah dengan membuat garis yang sejajar dengan salah satu garis pembentuk sisi bidang di sisi kubus yang belum terpenuhi (garis BG).



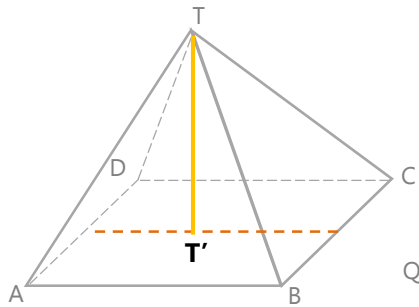
Perpotongan kedua bidang ada pada titik X (pusat BCGF) dan titik Y, sehingga perpotongan bidangnya adalah garis XY.



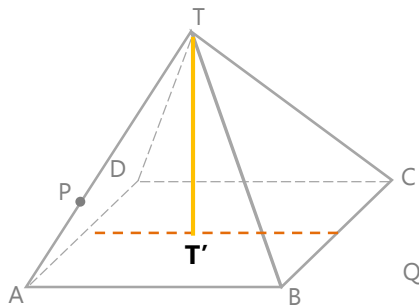
E. PROYEKSI TITIK DAN GARIS PADA BIDANG

- Proyeksi** adalah penjatuhan (pemindahan) titik dan garis pada suatu bidang.
- Proyeksi** dibuat dengan menjatuhkan titik atau garis pada garis tegak lurus terhadap bidang, biasanya dilambangkan dengan tanda aksen (').
- Dalam menjatuhkan garis** tegak lurus bidang, keakuratan tidak diperhatikan karena kita tidak tahu bagaimana ukuran sudut yang tepat dalam perspektif ruang.

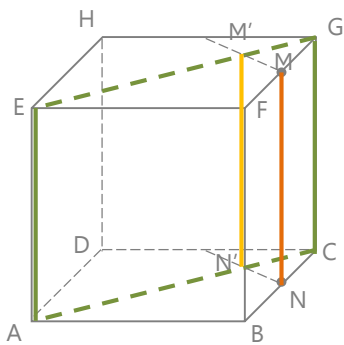
Contoh 1: Proyeksi T ke bidang alas



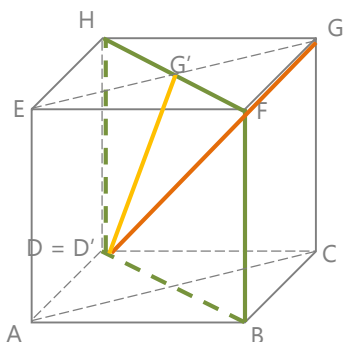
Contoh 2: Proyeksi A ke bidang TBC



Contoh 3: Proyeksi MN ke bidang ACE



Contoh 4: Proyeksi DG ke BDHF



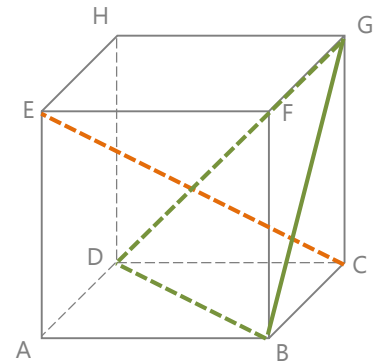
F. TITIK TEMBUS

Titik tembus adalah titik perpotongan antara garis yang menembus/memotong bidang.

Cara menentukan titik tembus:

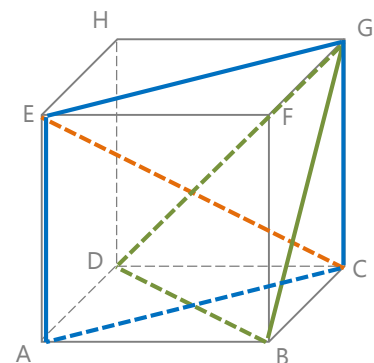
- 1) Buat bidang β yang dilalui garis yang menembus bidang α .
- 2) Tentukan perpotongan antara bidang α dan β .
- 3) Titik tembus adalah titik potong antara garis yang menembus bidang dengan perpotongan antar bidang.

Contoh 1: Tentukan titik tembus **CE** dengan **BDG**



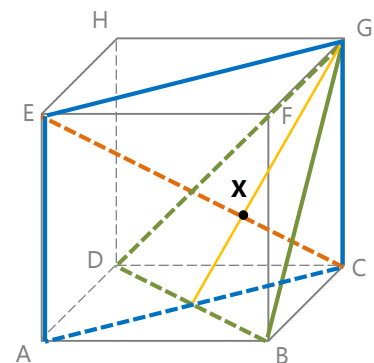
Langkah 1

Buat bidang **ACGE** (dilalui **CE**).

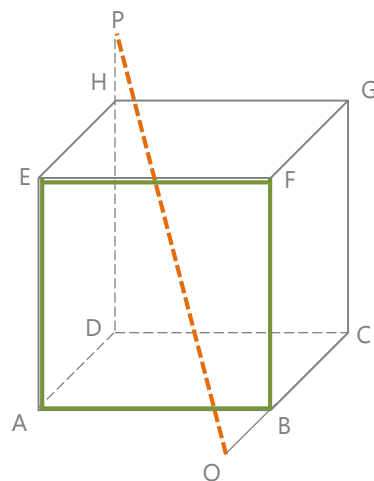


Langkah 2

Tentukan **perpotongan** bidang **BDG** dengan **ACGE**. Titik **X** adalah titik tembusnya.

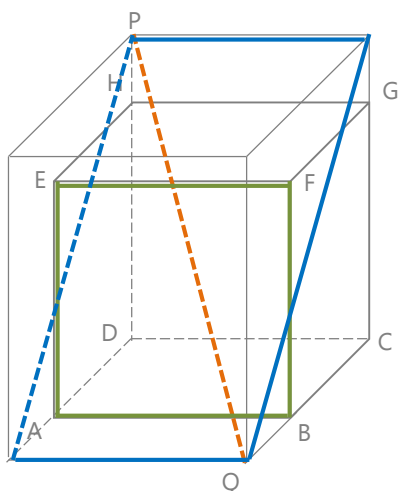


Contoh 2: Tentukan titik tembus **PQ** dengan **ABFE**, jika Q ada di bidang BCGF.



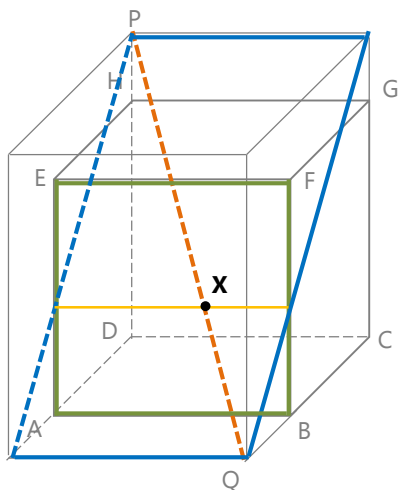
Langkah 1

Buat bidang **MQNP** (dilalui **PQ**). Dapat digunakan garis bantu untuk memperlebar kubus acuan.

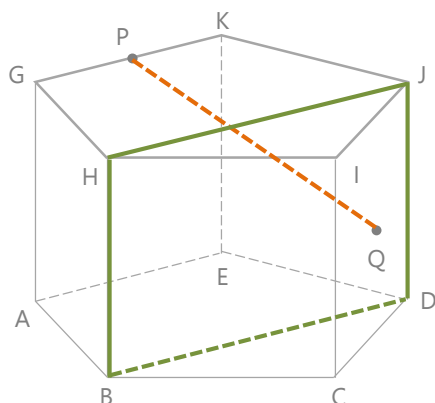


Langkah 2

Tentukan **perpotongan** bidang **ABFE** dengan **MQNP**. Titik **X** adalah titik tembusnya.

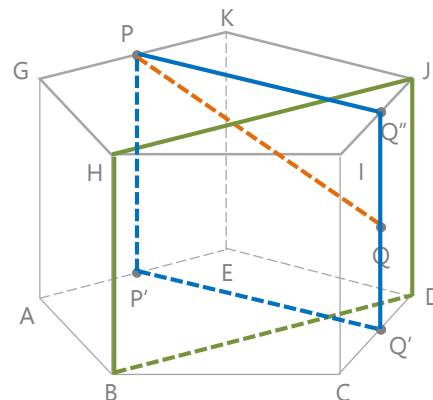


Contoh 3: Tentukan titik tembus **PQ** dengan **BDJH**



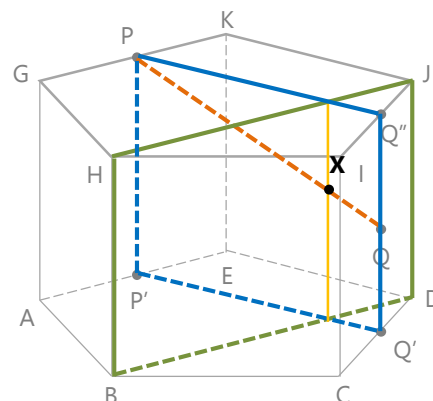
Langkah 1

Buat bidang **P'Q'Q''P** (dilalui **PQ**) dengan memproyeksikan titik P dan Q ke bidang alas dan bidang tutup ruang.

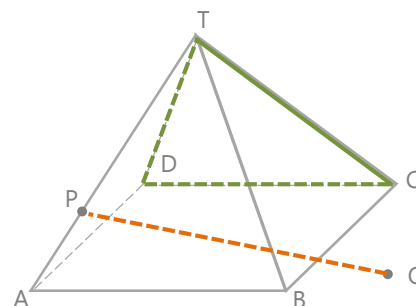


Langkah 2

Tentukan **perpotongan** bidang **BDJH** dengan **P'Q'Q''P**. Titik **X** adalah titik tembusnya.

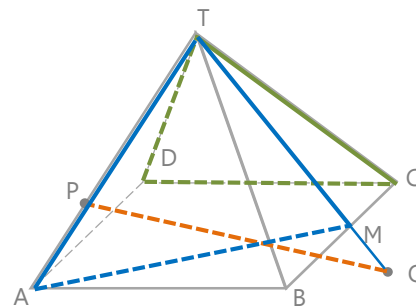


Contoh 4: Tentukan titik tembus **PQ** dengan **TCD**, jika Q ada pada bidang TBC.



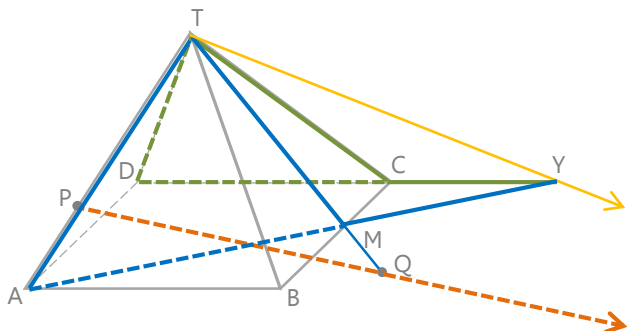
Langkah 1

Buat bidang **TAQ** (dilalui **PQ**) dengan menggeser titik Q sejajar bidang TBC (ke M), dan titik P sejajar bidang TAB (ke A).



Langkah 2:

Tentukan **perpotongan** bidang **TBC** dengan **TAM** dengan memperpanjang garis yang berada pada alas limas. Titik tembus adalah perpotongan **PQ** dengan **perpotongan bidang** tidak dapat dilukis karena bidang gambar tidak mencukupi.



G. PENAMPANG IRISAN

Penampang irisan adalah bidang/penampang yang terbentuk jika:

- 1) Diketahui minimal tiga titik yang dilalui bidang.
- 2) Diketahui satu titik dan satu bidang yang dilalui bidang

Sumbu afinitas adalah garis persekutuan yang terbentuk dari dua titik persekutuan antara bidang tegak pengiris dengan bidang alas ruang.

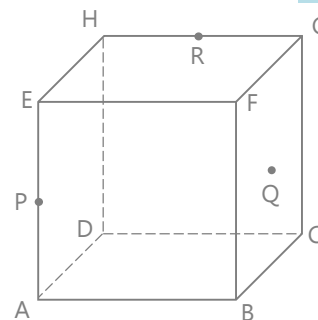
Cara membuat sumbu afinitas:

- 1) Buat dua garis berbeda dari titik-titik pembentuk penampang dan perpanjang hingga bidang alas.
- 2) Jatuhkan dua garis tadi ke bidang alas dan tentukan titik persekutuan garis dengan penjatuhan garis (bukan proyeksi).
- 3) Hubungkan kedua titik persekutuan menjadi **sumbu afinitas**.

Cara menentukan penampang irisan dengan sumbu afinitas:

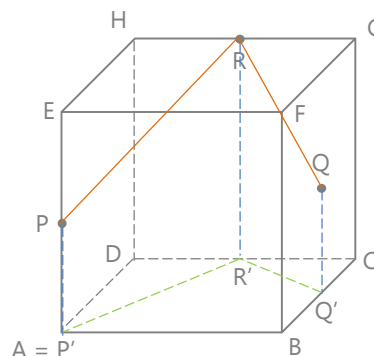
- 1) Buat sumbu afinitas.
- 2) Perpanjang garis perpotongan bidang alas dengan bidang tegak (rusuk alas) menuju sumbu afinitas.
- 3) Dari perpotongan sumbu afinitas dengan rusuk alas, tarik garis menuju titik irisan penampang pada bidang tegak. Tujuannya adalah menentukan titik irisan penampang lain yang belum diketahui.
- 4) Penampang irisan dibentuk dengan menghubungkan titik-titik irisan penampang.

Contoh 1: Lukis penampang bidang yang melalui titik P, Q dan R pada kubus berikut!



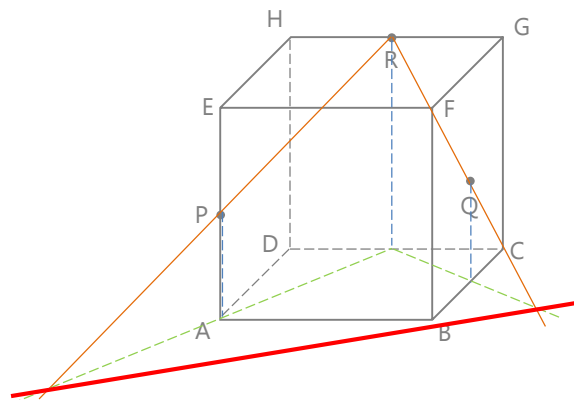
Langkah 1

Jatuhkan titik P, Q dan R ke alas ruang, dan buat garis **PR**, **QR**, **P'R'** dan **Q'R'**.



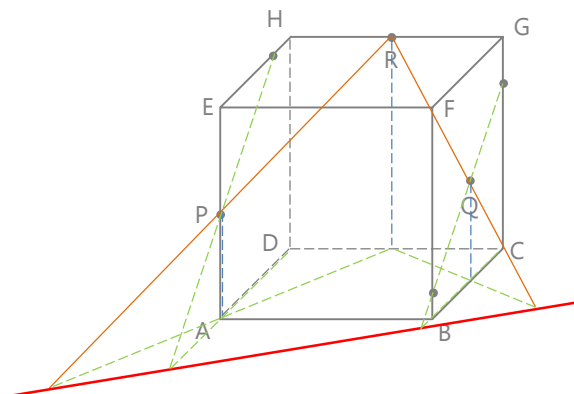
Langkah 2

Perpanjang garis-garis yang telah dibentuk sampai berpotongan di alas ruang. Garis yang terbentuk adalah **sumbu afinitas**.



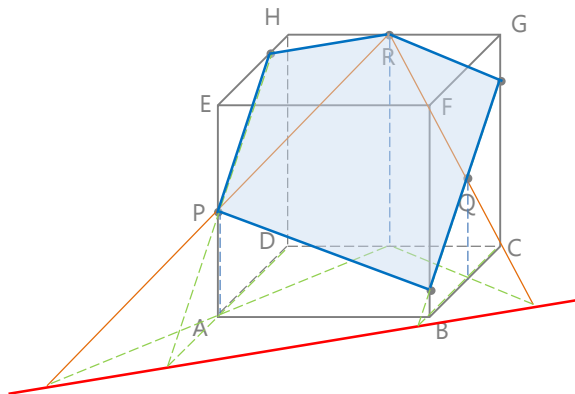
Langkah 3

Hubungkan AD dan BC dengan sumbu afinitas, lalu tarik garis dari perpotongan menuju P (garis AD) dan menuju Q (garis BC).



Langkah 4

Hubungkan titik P, Q, R dan titik-titik yang terbentuk pada langkah 3, sehingga terbentuk **penampang irisan**.



Statistika

A. PENDAHULUAN

Statistika adalah ilmu yang mempelajari pengambilan, penyajian, pengolahan, dan penafsiran data.

Data terdiri dari dua jenis, yaitu data kualitatif (sifat) dan data kuantitatif (angka).

B. PENYAJIAN DATA

Penyajian data terdiri dari dua:

- 1) **Penyajian data tunggal**
- 2) **Penyajian data kelompok**

Data tunggal dapat disajikan dalam bentuk:

Berjajar

56	60	65	75	75	70	75
70	70	70	70	85	85	80
70	60	56	85	85	80	100
90	90	90	90	90	90	65
80	90	100	65	65	80	
56	56	60	75	80	100	

Tabel distribusi frekuensi

Nilai	Frekuensi
56	4
60	3
65	4
70	6
75	4
80	5
85	4
90	7
100	3

Diagram batang

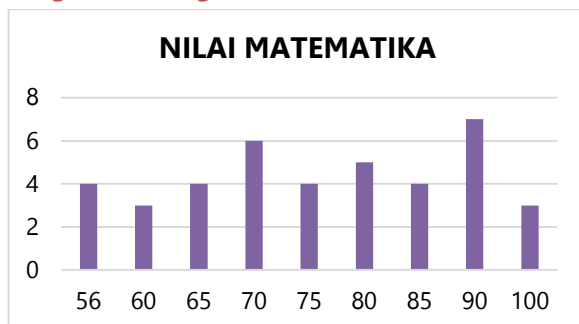


Diagram garis

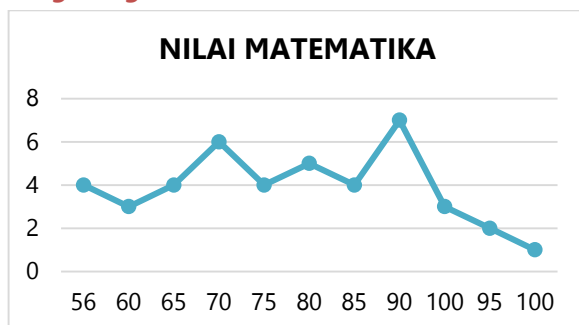


Diagram lingkaran (sudut atau presentase)

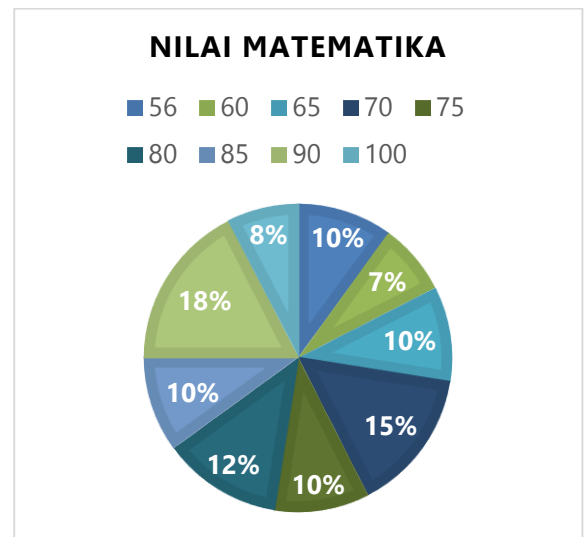


Diagram batang-daun

5	6666
6	0005555
7	0000005555
8	000005555
9	0000000
10	000

Data tunggal dapat diubah penyajiannya menjadi data kelompok, dengan cara berikut:

- 1) Penentuan **range/jangkauan** data.

$$R = x \text{ maks} - x \text{ min}$$

x maks = data terbesar
x min = data terkecil
R = 100 - 44 = 56

- 2) Penentuan **banyak kelas**/kelompok data yang akan dibuat.

$$k = 1 + 3,3 \cdot \log n$$

n = banyak data
k = 1 + 3,3 · log 40
k = 1 + 5,28 = 6,28 ≈ 6

- 3) Penentuan **panjang atau lebar kelas**/kelompok, yaitu interval data dari tiap kelompok.

$$c = \frac{R}{k}$$

c = 56 : 6
c = 9,33 ≈ 9

Setelah dihitung, data majemuk dapat disajikan dalam bentuk:

Tabel distribusi frekuensi kumulatif/kelompok

Nilai	Frekuensi	
56-64	7	3 + 4
65-73	10	4 + 6
74-82	9	4 + 5
83-91	11	4 + 7
92-100	3	

Unsur-unsur dalam penyajian data majemuk berdasarkan pendekatan t.d. frekuensi kumulatif:

- 1) **Batas bawah** (B_B), merupakan nilai terkecil dalam suatu interval.
- 2) **Batas atas** (B_A), merupakan nilai terbesar dalam suatu interval.

Contoh: Pada interval 65-73, batas bawah adalah 65 dan batas atas adalah 73.

- 3) **Nilai tengah interval**, dengan rumus:

$$M = \frac{B_B + B_A}{2} \quad M = \frac{(65 + 73)}{2} = 69$$

- 4) **Tepi bawah**, dengan rumus:

$$T_B = B_B - \frac{1}{2} \text{ ketelitian data} \quad \begin{aligned} T_B &= 65 - \frac{1}{2} \cdot 1 \\ T_B &= 64,5 \end{aligned}$$

- 5) **Tepi atas**, dengan rumus:

$$T_A = B_A + \frac{1}{2} \text{ ketelitian data} \quad \begin{aligned} T_A &= 73 + \frac{1}{2} \cdot 1 \\ T_A &= 73,5 \end{aligned}$$

- 6) **Panjang kelas**, merupakan panjang interval kelas dengan rumus:

$$c = T_A - T_B \quad \begin{aligned} c &= 73,5 - 64,5 \\ c &= 9 \end{aligned}$$

Bentuk lain tabel distribusi frekuensi kelompok:

T.d. frekuensi kumulatif kurang dari ($\leq$)

Nilai yang digunakan adalah tepi atas tiap kelas.

Nilai	F. Kumulatif	
$\leq 64,5$	7	
$\leq 73,5$	17	7 + 10
$\leq 82,5$	26	17 + 9
$\leq 91,5$	37	26 + 11
$\leq 100,5$	40	37 + 3

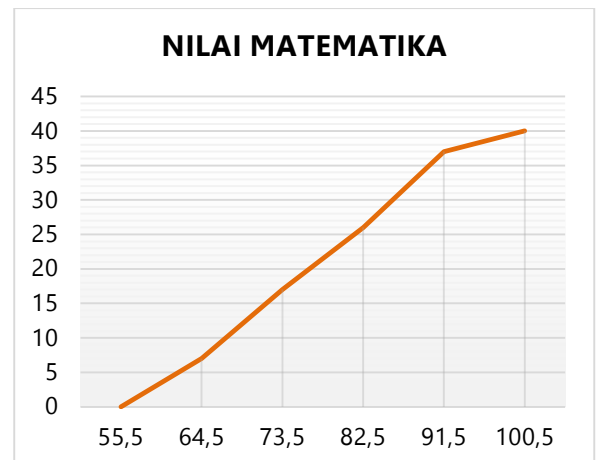
T.d. frekuensi kumulatif lebih dari ($\geq$)

Nilai yang digunakan adalah tepi bawah tiap kelas.

Nilai	F. Kumulatif	
$\geq 55,5$	40	
$\geq 64,5$	33	40 - 7
$\geq 73,5$	23	33 - 10
$\geq 82,5$	14	23 - 9
$\geq 91,5$	3	14 - 11

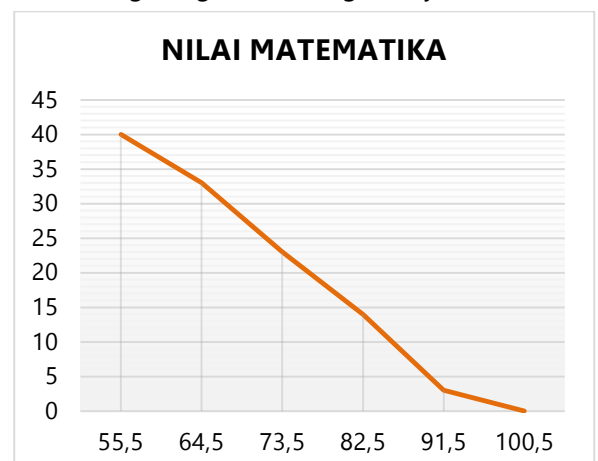
Ogif positif

Data yang digunakan untuk ogif positif berasal dari **tabel distribusi kumulatif kurang dari** dengan tambahan tepi bawah dari kelas terendah. Ciri dari ogif positif adalah grafiknya **menaik**.



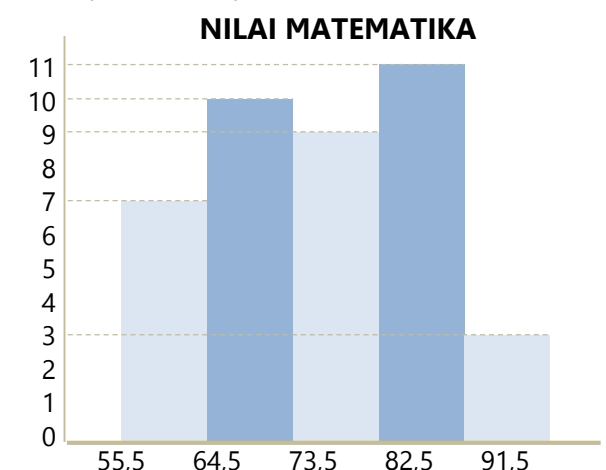
Ogif negatif

Data yang digunakan untuk ogif negatif berasal dari **tabel distribusi kumulatif lebih dari** dengan tambahan tepi atas dari kelas tertinggi. Ciri dari ogif negatif adalah grafiknya **menurun**.



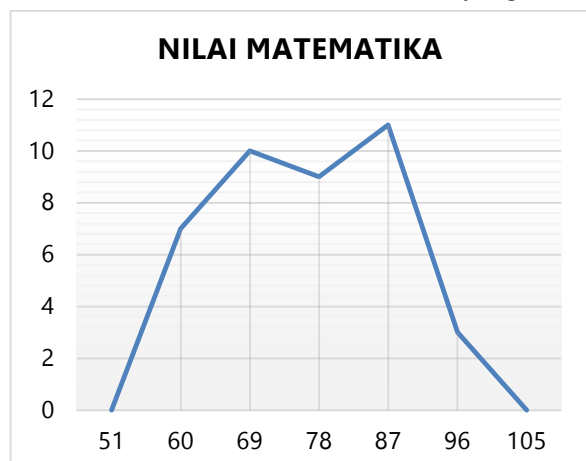
Histogram (diagram batang)

Data yang diperlukan histogram adalah tepi atas dan tepi bawah tiap kelas.



Poligon frekuensi (diagram garis)

Data yang diperlukan poligon frekuensi adalah nilai tengah dari tiap kelas, dan nilai tengah satu kelas sebelum dan sesudah data kelas yang ada.



C. PENGOLAHAN DATA TUNGGAL

Pengolahan data tunggal terdiri dari:

- Ukuran pemusatan data**, terdiri dari mean, modus, dan kuartil.
- Ukuran penyebaran data (dispersi)**, terdiri dari range, hamparan, simpangan kuartil, langkah, pagar luar, pagar dalam, simpangan rata-rata, ragam, dan simpangan baku.

D. PEMUSATAN DATA TUNGGAL

Mean adalah nilai rata-rata hitung seluruh data yang ada.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$$

x_i = data
 n = banyak data
 f_i = frekuensi data

Mean juga dapat dicari dengan nilai rata-rata sementara.

$$\bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\sum d_i}{n} = \bar{x}_s + \frac{\sum d_i \cdot f_i}{\sum f_i}$$

$\bar{x}_s$ = rata-rata sementara, diambil dari salah satu data
 d_i = selisih data dengan rata-rata sementara ($\bar{x}_i - \bar{x}_s$)

Contoh:

Dari data berikut: 114, 114, 115, 117, 117, 117, 119, 120, 121, 125, tentukan mean!

$$\bar{x} = \frac{114+114+115+\dots+125}{10} = 117,9$$

Misalnya jika rata-rata sementara yang dipilih adalah 117, maka:

-3 -3 -2 0 0 0 +2 +3 +4 +8
 114 114 115 117 117 117 119 120 121 125

$$\bar{x} = 117 + \frac{-3-3-2+0+0+0+2+3+4+8}{10}$$

$$\bar{x} = 117 + \frac{9}{10} = 117,9$$

Modus adalah data yang paling sering muncul dari seluruh data yang ada setelah diurutkan.

Contoh: Pada data berikut,

1, 2, 3, 3, 3, 4, 5 modusnya 3.

1, 1, 2, 2, 3, 3, 4 modusnya 1, 2 dan 3.

1, 1, 2, 2, 3, 3 modusnya tidak ada.

Kuartil adalah batas-batas nilai yang terdapat pada data apabila sekelompok data telah diurutkan dan dibagi menjadi 4 bagian (3 batas).

Kuartil terbagi menjadi tiga:

- Kuartil bawah** (Q_1), adalah nilai tengah data pada pertengahan data pertama.
- Kuartil tengah/median** (Q_2), adalah nilai tengah seluruh data.
- Kuartil atas** (Q_3), adalah nilai tengah data pada pertengahan data terakhir.

Kuartil tengah/median dapat ditentukan dengan rumus:

Data ganjil

(mediannya terletak pada satu data)

$$Q_2 = x \text{ ke } \frac{n+1}{2}$$

Data genap

(median terletak di antara dua data)

$$Q_2 = \frac{1}{2} [(x \text{ ke } \frac{n}{2}) + (x \text{ ke } \frac{n}{2} + 1)]$$

Kuartil atas dan kuartil bawah dapat ditentukan dengan rumus:

Data ganjil

$$Q_1 = x \text{ ke } \frac{1}{4} (n+1)$$

$$Q_3 = x \text{ ke } \frac{3}{4} (n+1)$$

Data genap

$$Q_1 = x \text{ ke } \frac{1}{4} (n+2)$$

$$Q_3 = x \text{ ke } \frac{3}{4} (n+2) - 1$$

Batas-batas nilai lain yang memiliki konsep sama dengan kuartil:

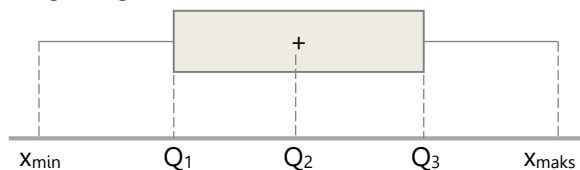
- Desil**, membagi data menjadi **10 bagian** (9 batas) dengan desil ke 5 sebagai median.

$$D_i = x \text{ ke } \frac{i(n+1)}{10}$$

- Persentil**, membagi data menjadi **100 bagian** (99 batas), dengan persentil ke 50 sebagai median.

$$P_i = x \text{ ke } \frac{i(n+1)}{100}$$

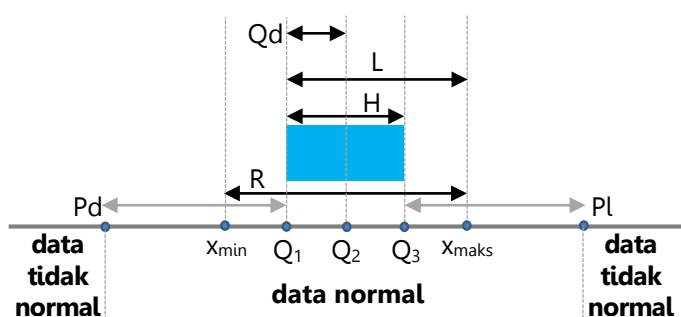
- Statistik lima serangkai adalah penyajian data berupa **diagram garis-kotak** atau **tabel** yang memuat data kuartil, batas bawah, dan batas atas. Diagram garis-kotak



Tabel

	Q ₂	
Q ₁		Q ₃
X _{min}		X _{maks}

E. PENYEBARAN DATA TUNGGAL



- Range** adalah jangkauan dari seluruh data.

$$J = X_{maks} - X_{min}$$

- Hampan** adalah **jangkauan antarkuartil** yang merupakan selisih kuartil atas dengan kuartil bawah.

$$H = Q_3 - Q_1$$

- Simpangan kuartil** adalah setengah dari hampan.

$$Q_d = \frac{1}{2} H$$

- Langkah** adalah satu setengah kali dari hampan.

$$L = \frac{3}{2} H$$

- Pagar dalam** adalah satu langkah dibawah kuartil bawah.

$$P_d = Q_1 - L$$

- Pagar luar** adalah satu langkah di atas kuartil atas.

$$P_l = Q_3 + L$$

- Pagar dalam dan pagar luar** berfungsi sebagai patokan untuk menyatakan suatu data normal atau tidak normal.

- Jika suatu data berada di luar pagar, maka data tersebut **tidak normal** atau **menyimpang** (sangat berbeda dari data yang lain).

- Simpangan rata-rata** adalah penyebaran dari nilai rata-rata.

$$S_R = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i}$$

- Ragam/varian** adalah jumlah kuadrat dari deviasi nilai-nilai data terhadap rata-rata.

$$R = S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

- Simpangan baku/standar deviasi** adalah akar kuadrat dari ragam yang menunjukkan homogenitas kelompok.

$$S = \sqrt{R} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

Makin kecil nilai simpangan baku maka datanya makin homogen.

- Pada pengolahan data tunggal**, jika setiap data dikali/dibagi a dan/atau ditambah/dikurang b:

- 1) **Ukuran pemusatan data** berubah **sesuai urutan perubahan data** yang terjadi.

Contoh:

Jika setiap data berikut: 2, 2, 4, 4, 6, 7, 8, 10 ditambah satu, kemudian dikali dua, maka rata-ratanya menjadi?

Pembuktian:

Rata-rata awal:

$$\bar{x} = \frac{2+2+4+4+6+7+8+10}{8} = 5,375$$

Perubahan data menjadi:

2, 2, 4, 4, 6, 7, 8, 10

3, 3, 5, 5, 7, 8, 9, 11 ditambah 1

6, 6, 10, 10, 14, 16, 18, 22 dikali 2

Rata-rata setelah perubahan:

$$\bar{x}' = \frac{6+6+10+10+14+16+18+22}{8} = 12,75$$

Nilai rata-rata 12,75 didapat dari:

$$\bar{x}' = (\bar{x} + 1) \times 2 = (5,375 + 1) \times 2$$

$$\bar{x}' = 12,75$$

- 2) **Ukuran penyebaran data** selain ragam hanya berubah sesuai perubahan **dikali/dibagi**.

Contoh:

Jika setiap data berikut: 2, 2, 4, 4, 6, 7, 8, 10,

a. Jika dikali 2

b. Jika dikali 2 kemudian ditambah 2

c. Jika ditambah 1 kemudian dikali 4

maka jangkauan masing-masingnya adalah?

Pembuktian:

Range awal:

$$J = 10 - 2 = 8$$

a. Perubahan: 4, 4, 8, 8, 12, 14, 16, 20,

$$J' = 20 - 4 = 16$$

(didapat dari $J' = 2J$)

b. Perubahan: 6, 6, 10, 10, 14, 16, 18, 22,

$$J' = 22 - 6 = 16$$

(didapat dari $J' = 2J$)

c. Perubahan: 12, 12, 20, 20, 28, 32, 36, 44,

$$J' = 44 - 12 = 32$$

(didapat dari $J' = 4J$)

- 3) Untuk ragam, hanya berubah sesuai perubahan **dikali/dibagi**, namun **faktornya dikuadratkan** terlebih dahulu sebelum dikali/dibagi.

Contoh:

Jika setiap data berikut: 5, 5, 8, 9, 14, 16, 20, dikali dua, maka ragamnya menjadi?

Pembuktian:

Rata-rata awal:

$$\bar{x} = \frac{5+5+8+9+14+16+20}{7} = 11$$

Ragam awal:

$$R = \frac{(5-11)^2 + (5-11)^2 + (8-11)^2 + \dots + (20-11)^2}{7}$$

$$R = \frac{6^2 + 6^2 + 3^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 + 9^2}{7} = \frac{200}{7}$$

Perubahan data menjadi:

5, 5, 8, 9, 14, 16, 20

10, 10, 16, 28, 32, 40 dikali 2

Rata-rata setelah perubahan:

$$\bar{x}' = 2\bar{x} = 22$$

Ragam setelah perubahan:

$$R' = \frac{(10-22)^2 + (10-22)^2 + (16-22)^2 + \dots + (40-22)^2}{7}$$

$$R' = \frac{12^2 + 12^2 + 6^2 + 4^2 + 6^2 + 10^2 + 18^2}{7} = \frac{800}{7}$$

(didapat dari $R' = (2)^2 R$)

F. PENGOLAHAN DATA MAJEMUK

-  **Pengolahan data majemuk** pada dasarnya sama dengan data tunggal namun memiliki cara yang berbeda untuk menghitungnya.

G. PEMUSATAN DATA MAJEMUK

-  **Mean** dapat dihitung dengan tiga cara:

- 1) **Metode biasa**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \quad x_i = \text{nilai tengah tiap kelas}$$

- 2) **Metode simpangan**

$$\bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\sum d_i \cdot f_i}{\sum f_i}$$

$\bar{x}_s$ = rata-rata sementara, diambil dari salah satu nilai tengah kelas

d_i = selisih nilai tengah tiap kelas dengan rata-rata sementara ($\bar{x}_i - \bar{x}_s$)

- 3) **Metode coding**

$$\mu_i = \frac{d_i}{c} \quad \bar{x} = \bar{x}_s + \frac{\sum \mu_i \cdot f_i}{\sum f_i} \cdot c \quad \begin{array}{l} \mu_i = \text{kode kelas } i \\ c = \text{panjang kelas} \end{array}$$

-  **Modus** terletak pada kelas/interval dengan frekuensi terbanyak.

-  **Modus** dapat dicari:

$$Mo = T_B + \left(\frac{S_1}{S_1 + S_2} \right) \cdot c$$

T_B = tepi bawah kelas modus

S_1 = selisih frekuensi dengan kelas sebelum kelas modus

S_2 = selisih frekuensi dengan kelas sesudah kelas modus

c = panjang kelas

-  **Median, kuartil, desil, persentil** terletak pada kelas yang merupakan batas dari kuartil, desil atau persentil tersebut.

Cara menentukan batas kuartil, desil dan persentil sama dengan caradata tunggal.

-  **Median** dapat dihitung dengan rumus:

$$Q_2 = T_B + \frac{\frac{1}{2}n - f_{kq_2}}{f_{q_2}} \cdot c$$

T_B = tepi bawah kelas median

f_{kq} = frekuensi kumulatif kelas sebelum kelas median

f_{q_i} = frekuensi kelas median

-  **Kuartil** dapat dihitung dengan rumus:

$$Q_i = T_B + \frac{\frac{i}{4}n - f_{kq_i}}{f_{q_i}} \cdot c$$

T_B = tepi bawah kelas Q_i

f_{kq} = frekuensi kumulatif kelas sebelum kelas Q_i

f_{q_i} = frekuensi kelas Q_i

-  **Desil** dapat dihitung dengan rumus:

$$D_i = T_B + \frac{\frac{i}{10}n - f_{kd_i}}{f_{d_i}} \cdot c$$

T_B = tepi bawah kelas D_i

f_{kd} = frekuensi kumulatif kelas sebelum kelas D_i

f_{d_i} = frekuensi kelas D_i

 **Persentil** dapat dihitung dengan rumus:

$$P_i = T_B + \frac{\frac{i}{100} n - f_{kp_i}}{f_{p_i}} \cdot c$$

T_B = tepi bawah kelas P_i

f_{kp} = frekuensi kumulatif kelas sebelum kelas P_i

f_{p_i} = frekuensi kelas P_i

 **Daerah batasan** selain kuartil, desil dan persentil dapat ditentukan melalui persamaan:

$$N = T_B + \frac{x - f_{ks}}{f_k} \cdot c$$

N = nilai tertinggi dari x data yang pertama

T_B = tepi bawah kelas batasan

x = banyak data daerah sebelum N

f_{ks} = frekuensi kumulatif kelas sebelum kelas batasan

f_k = frekuensi kelas batasan

Contoh:

Diketahui nilai ulangan Matematika suatu kelas:

Nilai	Jumlah murid
60-64	3
65-69	4
70-74	6
75-79	2
80-84	20
85-89	5

Ternyata, guru Matematika kelas tersebut menyatakan 45% murid di kelas tersebut lulus ulangan. Tentukan KKM untuk lulus!

Jawab:

Sementara, kita anggap batas nilai terendah untuk lulus adalah nilai tertinggi dari murid yang tidak lulus.

Jumlah murid tidak lulus = $55\% \times 40 = 22$ murid

Berarti, batasan terletak pada nilai 80-84.

$$N = 79,5 + \frac{22-15}{20} \times 5$$

$$N = 79,5 + 1,75 = 81,25$$

H. PENYEBARAN DATA MAJEMUK

 **Range** dapat dirumuskan:

$$J = x_{\text{maks}} - x_{\text{min}}$$

 **Hamparan** dapat dirumuskan:

$$H = Q_3 - Q_1$$

 **Simpangan kuartil** dapat dirumuskan:

$$Q_d = \frac{1}{2} H$$

 **Simpangan rata-rata** dapat dirumuskan:

$$S_R = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i} \quad x_i = \text{nilai tengah tiap kelas}$$

 **Ragam dan simpangan baku** dapat dihitung dengan cara:

1) Metode biasa

Ragam

$$R = S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Simpangan baku

$$S = \sqrt{R} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

2) Metode simpangan

Ragam

$$R = S^2 = \frac{\sum d_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum d_i \cdot f_i}{\sum f_i} \right)^2$$

Simpangan baku

$$S = \sqrt{R} = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum d_i \cdot f_i}{\sum f_i} \right)^2}$$

3) Metode coding

Ragam

$$R = S^2 = \left[\frac{\sum \mu_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum \mu_i \cdot f_i}{\sum f_i} \right)^2 \right] \cdot c$$

Simpangan baku

$$S = \sqrt{R} = \sqrt{\left[\frac{\sum \mu_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum \mu_i \cdot f_i}{\sum f_i} \right)^2 \right] \cdot c}$$

Logika Matematika

A. KALIMAT TERBUKA DAN PERNYATAAN

 **Kalimat terbuka** adalah kalimat yang tidak mempunyai nilai kebenaran yang pasti.

Contoh: Biarkan dia pergi!

Kapan kau menemuinya?

$x + 1 > 0, x \in \mathbb{R}$

$2 + x = 5$

 **Pernyataan (proposisi)** adalah kalimat tertutup yang mempunyai nilai kebenaran benar/salah, tidak keduanya pada saat yang bersamaan.

 Pernyataan dilambangkan dengan huruf kecil (p, q, r , dst.) dan nilai kebenaran dilambangkan dengan $\tau(x)$, dengan $B = \text{benar}$, $S = \text{salah}$.

Contoh: p : Hasil kali 5 dengan 6 adalah 30.

$[\tau(p) = B]$

q : Seluruh bilangan prima adalah ganjil. $[\tau(q) = S]$

r : $20 + 3 > 1$ $[\tau(r) = B]$

s : $x^2 - x + 2 < 0$. $[\tau(s) = S]$

B. KUANTOR DAN NEGASI

 **Kuantor** adalah simbol yang melambangkan kalimat terbuka dalam semesta pembicaraan pernyataan.

 **Kuantor** terbagi menjadi dua:

1) Kuantor universal ($\forall$)

Menyatakan adanya 'seluruh' atau 'setiap' hal yang terdapat dalam pernyataan.

$\forall x.p$: semua x bersifat/berlaku bagi p .

a. Bernilai **benar** jika tidak ditemukan nilai x yang membuat p salah.

b. Bernilai **salah** jika ditemukan x yang membuat p salah.

2) Kuantor eksistensial ($\exists$)

Menyatakan hanya adanya 'beberapa' atau 'sebagian' hal yang terdapat dalam pernyataan.

$\exists x.p$: ada/beberapa x bersifat/berlaku bagi p .

a. Bernilai **benar** jika ditemukan nilai x yang membuat p benar.

b. Bernilai **salah** jika tidak ditemukan x yang membuat p benar.

Contoh:

$P = \{\text{Adi, Ida, Rani}\}$

$Q = \{\text{Dita, Rina}\}$

$p(x,y) = "x \text{ adalah kakak } y"$

$(\forall x \in P)(\exists y \in Q)(p(x,y))$: Untuk setiap x pada P , berhubungan dengan beberapa y pada Q , sedemikian hingga x adalah kakak dari y .

Berarti, setiap anggota P adalah salah satu kakak dari anggota Q (Dita/Rina).

 **Negasi (ingkaran)** adalah lawan atau kebalikan dari suatu pernyataan.

 **Negasi** dilambangkan dengan $\sim p$, dan dibaca bukan atau tidak.

Contoh:

p : Ibukota negara Indonesia adalah Jakarta.

$[\tau(p) = B]$

$\sim p$: Ibukota negara Indonesia bukan Jakarta.

$[\tau(\sim p) = S]$

q : $3 > 5$ $[\tau(q) = S]$

$\sim q$: $3 \leq 5$ $[\tau(\sim q) = B]$

r : $x^2 = 25$ $[\tau(r) = B]$

$\sim r$: $x^2 \neq 25$ $[\tau(\sim r) = S]$

Tabel kebenaran:

p	$\sim p$	q	$\sim q$	r	$\sim r$
B	S	S	B	B	S

C. PERNYATAAN MAJEMUK

 **Pernyataan majemuk** adalah dua buah pernyataan atau lebih yang dihubungkan dengan operasi logika matematika.

 **Operasi logika matematika** antara lain: konjungsi ($\wedge$), disjungsi ($\vee$), implikasi ($\rightarrow$), dan biimplikasi ($\leftrightarrow$).

 **Nilai kebenaran pernyataan majemuk** biasanya dituliskan dalam tabel kebenaran.

D. KONJUNGSI & DISJUNGSI

 **Konjungsi** menyatakan hubungan 'p dan/meskipun/tetapi/walaupun q ', dan dilambangkan dengan $\wedge$.

 **Nilai konjungsi bernilai benar** jika kedua pernyataan benar ($B \wedge B$).

Tabel kebenaran:

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Contoh:

p : Hari ini hujan. $[\tau(p) = B]$

q : Hari ini berangin. $[\tau(q) = B]$

$p \wedge q$: Hari ini hujan dan berangin. $[\tau(p \wedge q) = B]$

 **Disjungsi** menyatakan hubungan 'p atau q', dan dilambangkan dengan $\vee$.

 **Nilai disjungsi bernilai salah** jika kedua pernyataan salah ($S \vee S$).

Tabel kebenaran:

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Contoh:

p : $5 + 10 = 20$. [$\tau(p) = S$]

q : 20 bukan bilangan genap. [$\tau(q) = S$]

$p \vee q$: $5 + 10 = 20$ atau 20 bukan bilangan genap. [$\tau(p \vee q) = S$]

 **Disjungsi** terdiri dari dua:

- 1) **Disjungsi inklusif**, yaitu disjungsi yang biasa digunakan, dimana kemungkinan benar ada tiga, yaitu hanya p yang benar, hanya q yang benar, atau benar kedua-duanya.

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

- 2) **Disjungsi eksklusif**, yaitu disjungsi yang bernilai benar jika hanya ada salah satu pernyataan yang benar, dilambangkan dengan $\oplus$ atau $\veebar$.

p	q	$p \veebar q$
B	B	S
B	S	B
S	B	B
S	S	S

 **Konjungsi dan disjungsi** dapat dianalogikan ke dalam rangkaian listrik.

 **Rangkaian listrik seri** bersifat **konjungsi**, karena jika seluruh elemen terhubung ($B \wedge B$), maka barulah arus listrik akan mengalir (B).

 **Rangkaian listrik paralel** bersifat **disjungsi**, karena apabila seluruh elemen tidak terhubung ($S \vee S$), maka arus listrik akan terputus (S).

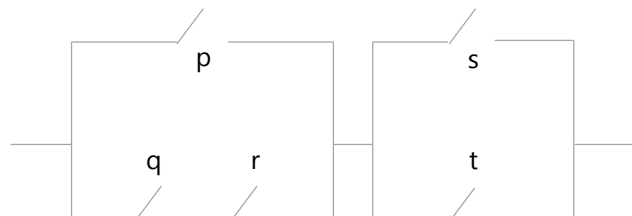
p	q	rangkaian	$p \wedge q$
1	1	tertutup	1
1	0	terbuka	0
0	1	terbuka	0
0	0	terbuka	0

p	q	rangkaian	$p \vee q$
1	1	tertutup	1
1	0	tertutup	1
0	1	tertutup	1
0	0	terbuka	0

 **Analogi rangkaian listrik** dari pernyataan logika matematika:

Contoh pernyataan:

$[p \vee (q \wedge r)] \wedge [s \vee t]$



E. IMPLIKASI

 **Implikasi** menyatakan hubungan 'jika p maka q' atau 'q jika p', dan dilambangkan dengan $\rightarrow$.

 Pernyataan jika (p) dari implikasi disebut **hipotesis/premis**, sedangkan pernyataan maka (q) dari implikasi disebut **konsekuen/kesimpulan**.

 **Nilai implikasi bernilai salah** jika hipotesis benar namun konsekuennya salah ($B \rightarrow S$).

Tabel kebenaran:

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Contoh:

p : Hari ini mendung. [$\tau(p) = B$]

q : Hari ini tidak akan hujan. [$\tau(q) = S$]

$p \rightarrow q$: Jika hari ini mendung maka hari ini tidak akan hujan. [$\tau(p \rightarrow q) = S$]

 **Macam-macam implikasi:**

- 1) **Konvers**, merupakan kebalikan dari implikasi biasanya.

$p \rightarrow q$ menjadi $q \rightarrow p$

- 2) **Invers**, merupakan implikasi yang kedua pernyataannya dinegasikan.

$p \rightarrow q$ menjadi $\sim p \rightarrow \sim q$

- 3) **Kontraposisi**, merupakan kebalikan dari implikasi biasa yang kedua pernyataannya dinegasikan.

$p \rightarrow q$ menjadi $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

F. BIIMPLIKASI

 **Bimplikasi** menyatakan hubungan 'p jika dan hanya jika q' atau 'jika p maka q dan jika q maka p', dan dilambangkan dengan $\leftrightarrow$.

 **Biimplikasi bernilai benar** jika kedua pernyataan bernilai sama ($X \leftrightarrow X$).

Tabel kebenaran:

p	q	$p \leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Contoh:

p : Hari ini tidak hujan. [$\tau(p) = S$]

q : Hari ini tidak mendung. [$\tau(q) = S$]

$p \leftrightarrow q$: Hari ini tidak hujan jika dan hanya jika hari ini tidak mendung. [$\tau(p \wedge q) = B$]

G. EKUIVALENSI DAN ALJABAR LOGIKA MATEMATIKA

 **Ekuivalensi dua pernyataan majemuk** dapat dicari menggunakan tabel kebenaran dan aljabar logika matematika, dan dilambangkan dengan $\equiv$.

 **Jenis-jenis tabel kebenaran** dari hasil akhir nilai kebenarannya:

- 1) **Tautologi**, hasil akhirnya benar semua.
- 2) **Kontradiksi**, hasil akhirnya salah semua.
- 3) **Kontingensi**, hasil akhirnya ada yang benar dan ada yang salah.

 **Aljabar/sifat** dalam operasi logika matematika:

IDEMPOTEN

$$p \wedge p \equiv p$$

$$p \vee p \equiv p$$

KOMPLEMEN

$$p \wedge \sim p \equiv (S)$$

$$p \vee \sim p \equiv (B)$$

ABSORPSI

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

INVOLUSI

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

IDENTITAS

$$p \wedge (B) \equiv p$$

$$p \vee (B) \equiv (B)$$

$$p \wedge (S) \equiv (S)$$

$$p \vee (S) \equiv p$$

KOMUTATIF

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

ASOSIATIF

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

DISTRIBUTIF

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

DE MORGAN

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow \sim q$$

$$\sim(\exists.p) \equiv \forall.(\sim p)$$

$$\sim(\forall.p) \equiv \exists.(\sim p)$$

IMPLIKASI

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

$$q \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Contoh:

Buktikan bahwa $\sim(p \leftrightarrow q)$ ekuivalen dengan $p \leftrightarrow q$ dengan tabel kebenaran dan aljabar logika matematika!

Dengan tabel kebenaran

$\sim$	p	$\leftrightarrow$	q	p	$\leftrightarrow$	q
S	B	B	B	B	B	B
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	S	S	B
S	S	B	S	S	B	S
(2)	(1)	(3)				

Dengan aljabar logika matematika

$$= \sim(p \leftrightarrow q) \text{ De Morgan}$$

$$= \sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \text{ sifat implikasi}$$

$$= \sim[(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)] \text{ De Morgan}$$

$$= \sim(\sim p \vee q) \vee \sim(\sim q \vee p) \text{ De Morgan}$$

$$= (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \text{ distributif}$$

$$= [(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge [(p \wedge \sim q) \vee \sim p] \text{ distributif}$$

$$= [(p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)] \wedge [(p \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee \sim p)]$$

$$\begin{matrix} \text{P} & \text{(B)} & \text{(B)} & \text{P} \end{matrix}$$

komplemen lalu identitas

$$= (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p) \text{ sifat implikasi}$$

$$= (\sim p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p) \text{ pengertian biimplikasi}$$

$$= \sim p \leftrightarrow q \text{ ekuivalen}$$

H. PENARIKAN KESIMPULAN

 **Kesimpulan** dikatakan sah apabila:

Premis 1 : a

Premis 2 : b

$\therefore c$

logis bila $(a \wedge b) \rightarrow c$ nilai akhirnya tautologi.

 **Tiga rumus logis** premis-premis:

1) **Modus Ponon**

Premis 1 : $p \rightarrow q$

Premis 2 : p

$\therefore q$

Jika p terjadi maka q terjadi, dan p terjadi lagi, maka dipastikan q terjadi.

2) **Modus Tollen**

Premis 1 : $p \rightarrow q$

Premis 2 : $\sim q$

$\therefore \sim p$

Jika p terjadi maka q terjadi, namun q sebenarnya tidak terjadi, maka dipastikan p tidak terjadi.

3) **Silogisme**

Premis 1 : $p \rightarrow q$

Premis 2 : $q \rightarrow r$

$\therefore p \rightarrow r$

Jika p terjadi maka q terjadi, dan jika q terjadi maka r terjadi, maka dipastikan jika p terjadi maka r terjadi juga.

Contoh:

Jika A berteman dengan B, maka A tidak berteman dengan C. C berteman dengan D atau C tidak berteman dengan A. Jika A berteman dengan D, maka C tidak berteman dengan D. Diketahui A berteman dengan D.

Jawab:

Analogi:

p = "A berteman dengan B"

q = "A berteman dengan C"

r = "C berteman dengan D"

s = "A berteman dengan D"

Pernyataan:

1) $p \rightarrow \sim q$

2) $r \vee q \equiv \sim r \rightarrow q$

3) $s \rightarrow \sim r$

4) s

Kesimpulan:

$s \rightarrow \sim r$	$\longrightarrow$	$\sim r \rightarrow q$	$\longrightarrow$	$p \rightarrow \sim q$
s		$\sim r$		q
$\therefore \sim r$ (Ponen)		$\therefore q$ (Ponen)		$\therefore \sim p$ (Tollen)

Jadi, kesimpulannya adalah, A tidak berteman dengan B.